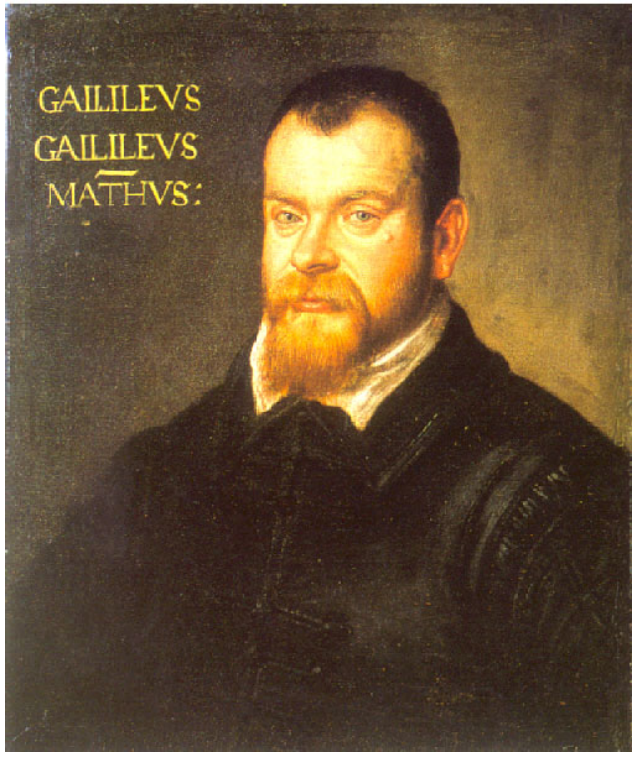
Les secrets cachés dans la géométrie de l'Univers

Pierre Vanhove

IPHT, Saclay

Fête de la science,
LAPTh, Annecy, France
4 octobre 2026

La géométrie : le langage de la Nature

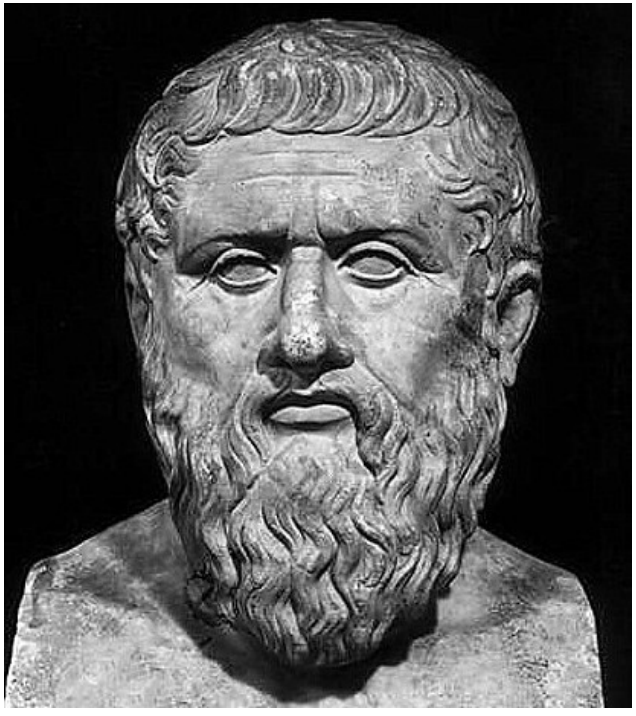


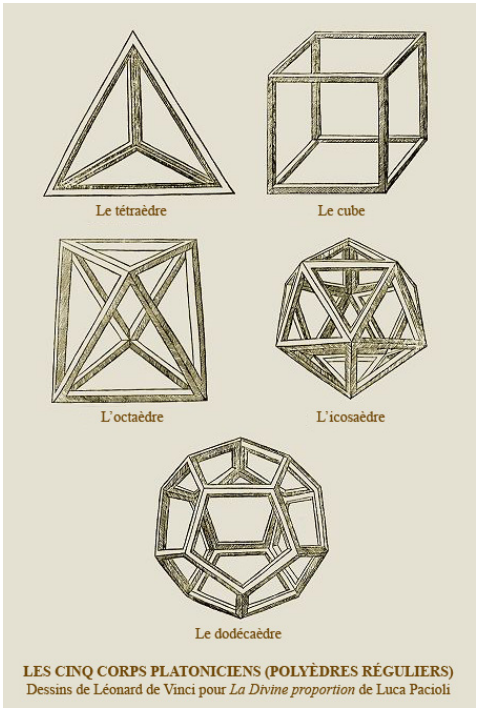
Galilée (1564-1642)

La philosophie est écrite dans cet immense livre qui se tient toujours ouvert devant nos yeux, je veux dire l'Univers, (...) ***Il est écrit dans la langue mathématique et ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques, sans le moyen desquels il est humainement impossible d'en comprendre un mot.*** *(L'Essayeur 1623)*

Des figures géométriques parfaites

Dans le « Timée », **Platon** cherche une architecture géométrique du monde.





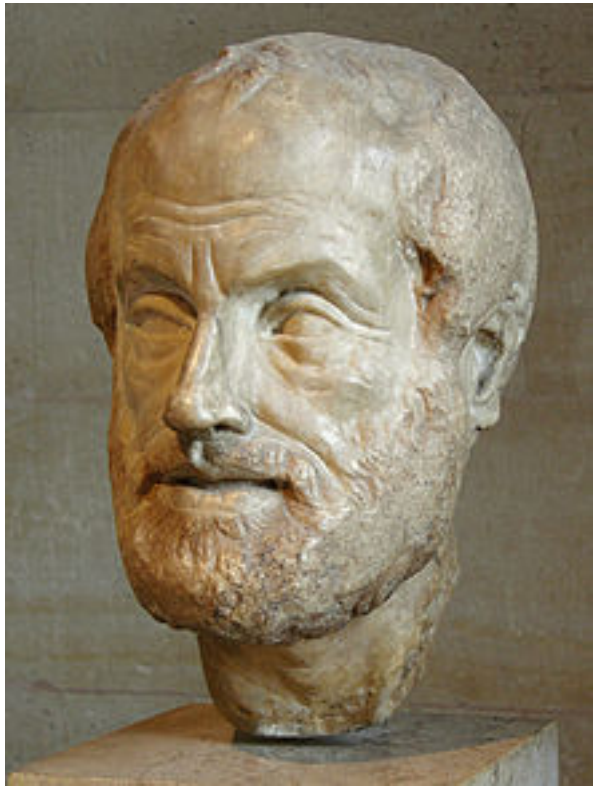
Platon (427—347 avant J.C.)
Dessins de Léonard de Vinci pour *La Divine proportion* de Luca Pacioli.

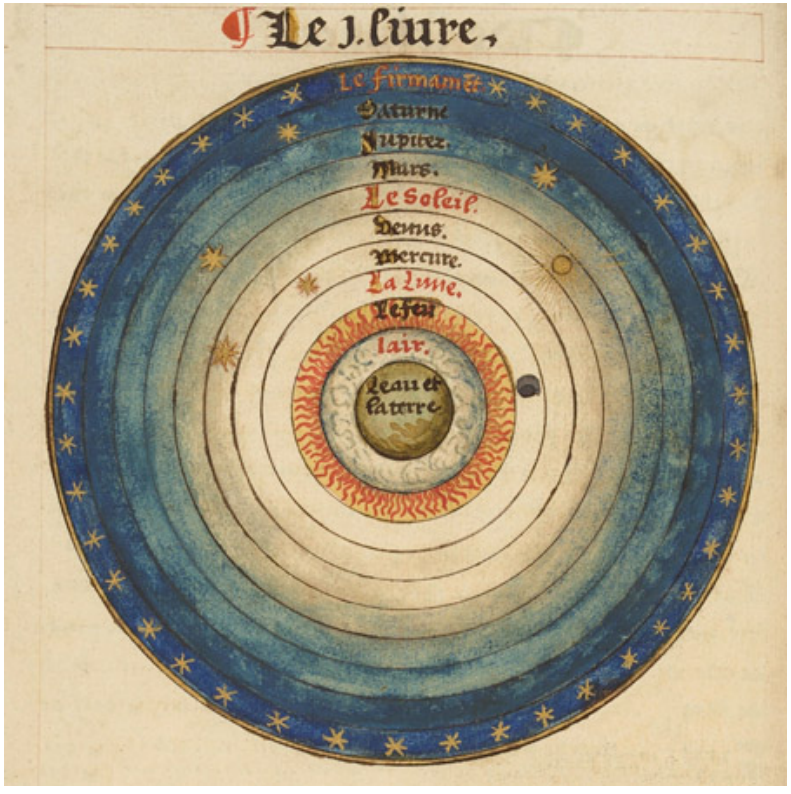
Les cinq polyèdres réguliers formes les briques d'une cosmologie fondée sur la perfection géométrique :

- Tétraèdre = Feu
- Cube = Terre
- Octaèdre = Air
- Icosaèdre = Eau
- Dodécaèdre = Univers

Les sphères célestes d'Aristote

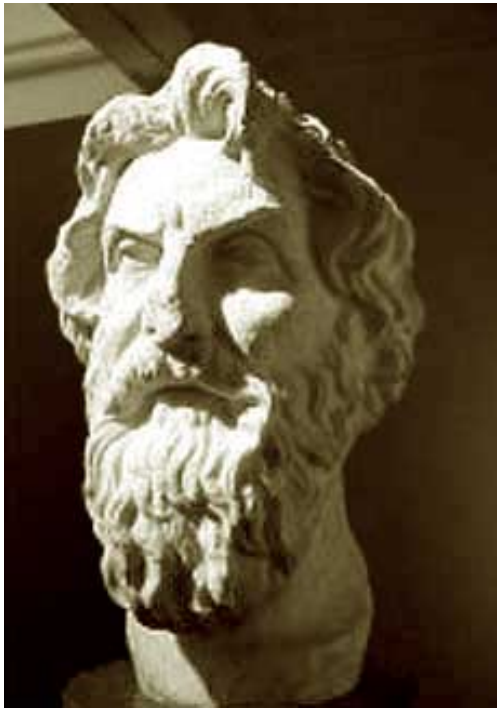
La sphère est considérée comme la forme la plus parfaite.

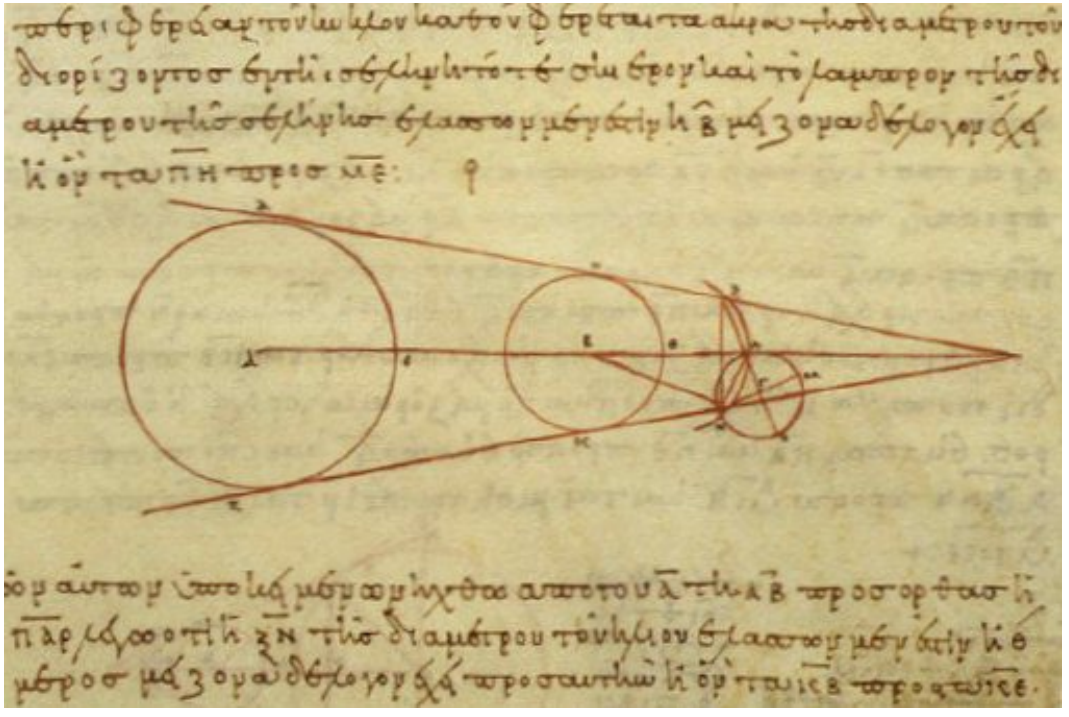




Aristote (384—322 avant J.C.) imaginait l'Univers comme une série de **sphères concentriques**, chacune portant un astre.
La Terre immobile au centre, puis la Lune, le Soleil, les planètes, et enfin la sphère des étoiles fixes.

La géométrie pour comprendre le monde





Aristarque de Samos (310—-230 av. J.C.) utilise la géométrie pour estimer le rayon de la Lune, du Soleil et leur distance à la Terre.

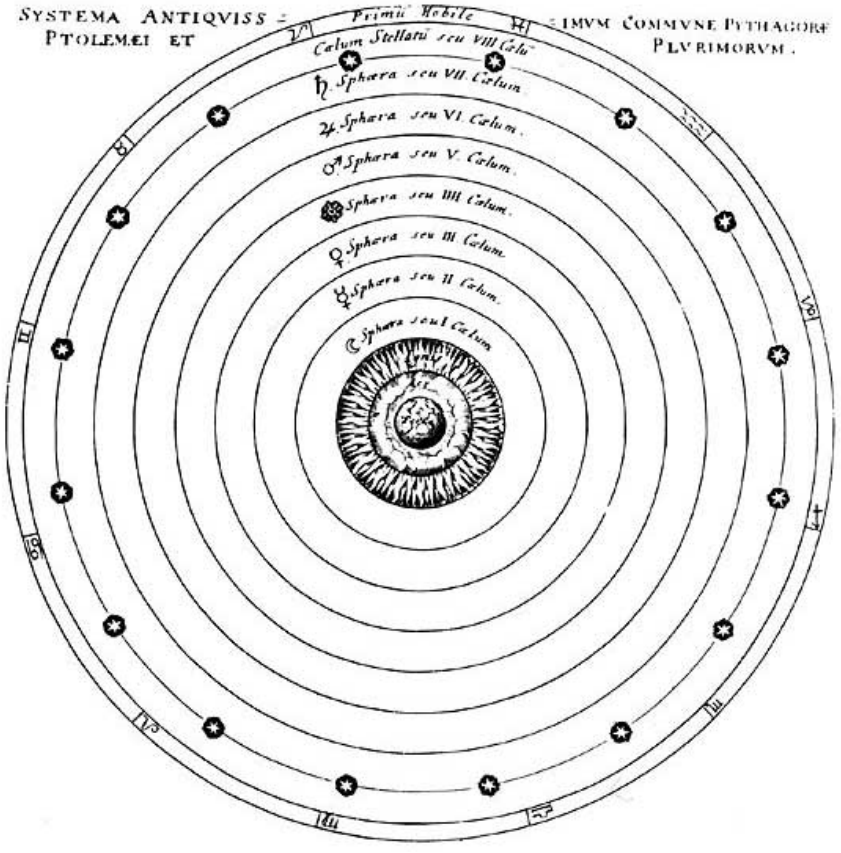
Grâce aux éclipses, il calcule que la Lune est 3 fois plus petite que la Terre et située à 20 rayons terrestres.

Le Soleil est six fois plus gros que la Terre et éloigné de 380 rayons terrestres.

Il conclut logiquement que la Terre tourne autour du Soleil.

L'Almageste : une bible géométrique



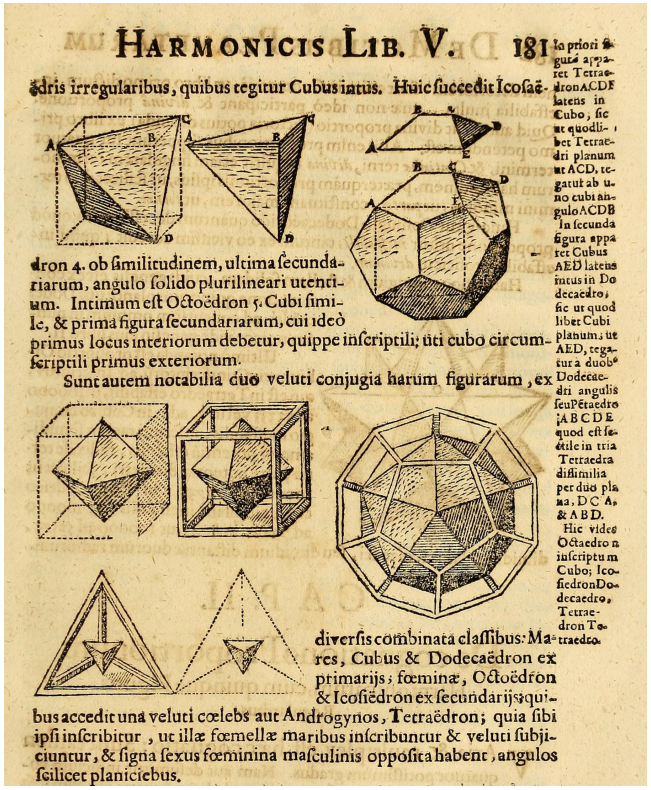


Claude Ptolémée (~100 –~168) propose un système mathématique cohérent du mouvement des astres.

Son œuvre « Almageste », un chef-d'œuvre de géométrie appliquée à l'astronomie, devient une référence astronomique pendant près de 1700 ans.

Kepler : le rêve des solides parfaits





HARMONICIS LIB. V. 181

...dris irregularibus, quibus tegitur Cubus intus. Huic succedit Icosaë-
dron 4. ob similitudinem, ultima secundariarum, angulo solido plurilineari utentium. Intimum est Octoëdron 5. Cubi simile, & prima figura secundariarum, cui ideò primus locus interiorum debetur, quippe inscriptili; uti cubo circumscriptili primus exteriorum.

Sunt autem notabilia duo veluti conjugia harum figurarum, ex diversis combinata classibus: Mares, Cubus & Dodecaëdron ex primarijs; fœminæ, Octoëdron & Icosiëdron ex secundarijs; quibus accedit una veluti cœlebs aut Androgynos, Tetraëdron; quia sibi ipsi inscribitur, ut illæ fœmellæ maribus inscribuntur & veluti subjiciuntur, & signa sexus fœminina masculinis opposita habent, angulos scilicet planicíebus.

...la priori figurâ apparet Tetraedron ACDE latens in Cubo, sic ut quodlibet Tetraedri planum ut ACD, tegatur ab uno cubi angulo ACDB. In secunda figura apparet Cubus AED latens intus in Dodecaedro, sic ut quodlibet Cubi planum, ut AED, tegatur a duobus Dodecaedri angulis seu Pentaedro ABCDE quod est sectile in tria Tetraedra dissimilia per duo plana, DCA, & ABD. Hic video Octaedron inscriptum Cubo; IcosiedronDodecaedro, Tetraedron Tetraedro.

Johannes Kepler (1571–1630) cherche une architecture géométrique parfaite pour les distances des planètes.

Dans le *Mysterium Cosmographicum* (1596), il tente d'inscrire les orbites dans les cinq solides platoniciens.

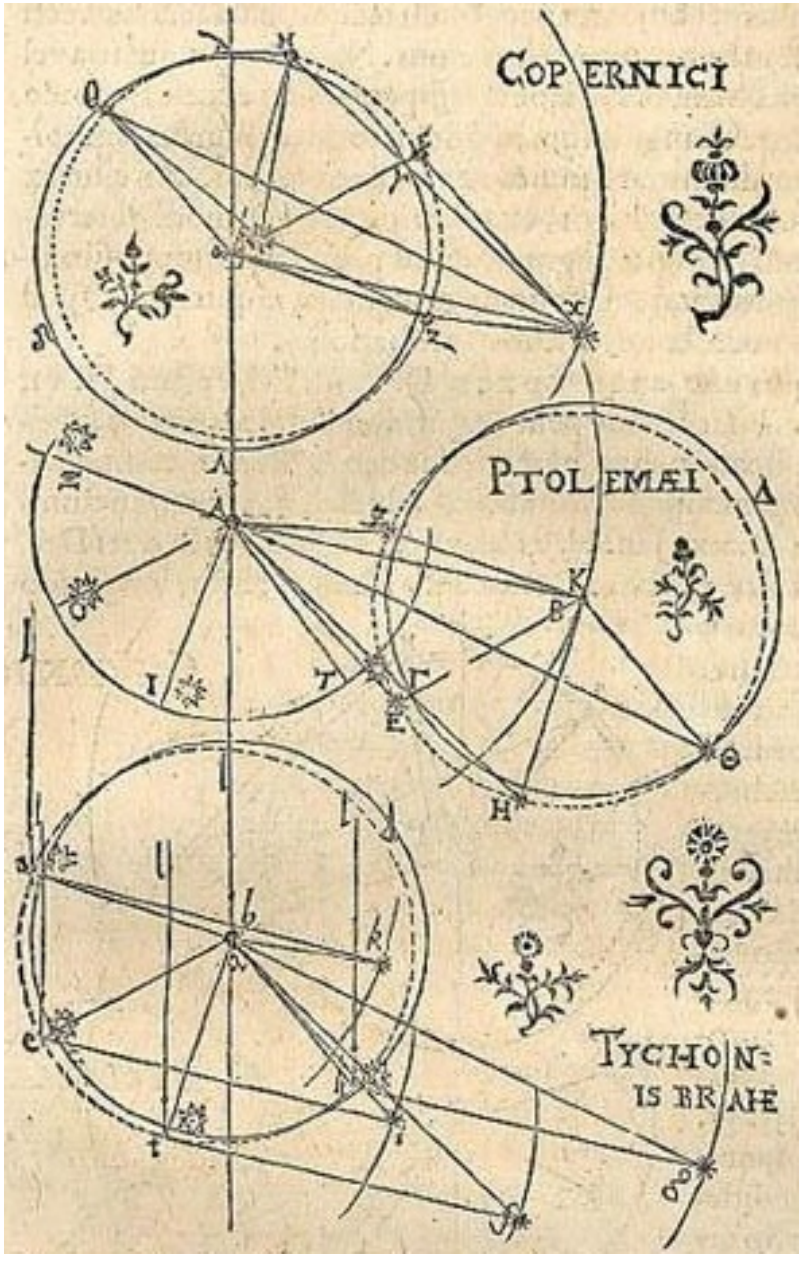
Mars attaque! Quand les observations résistent

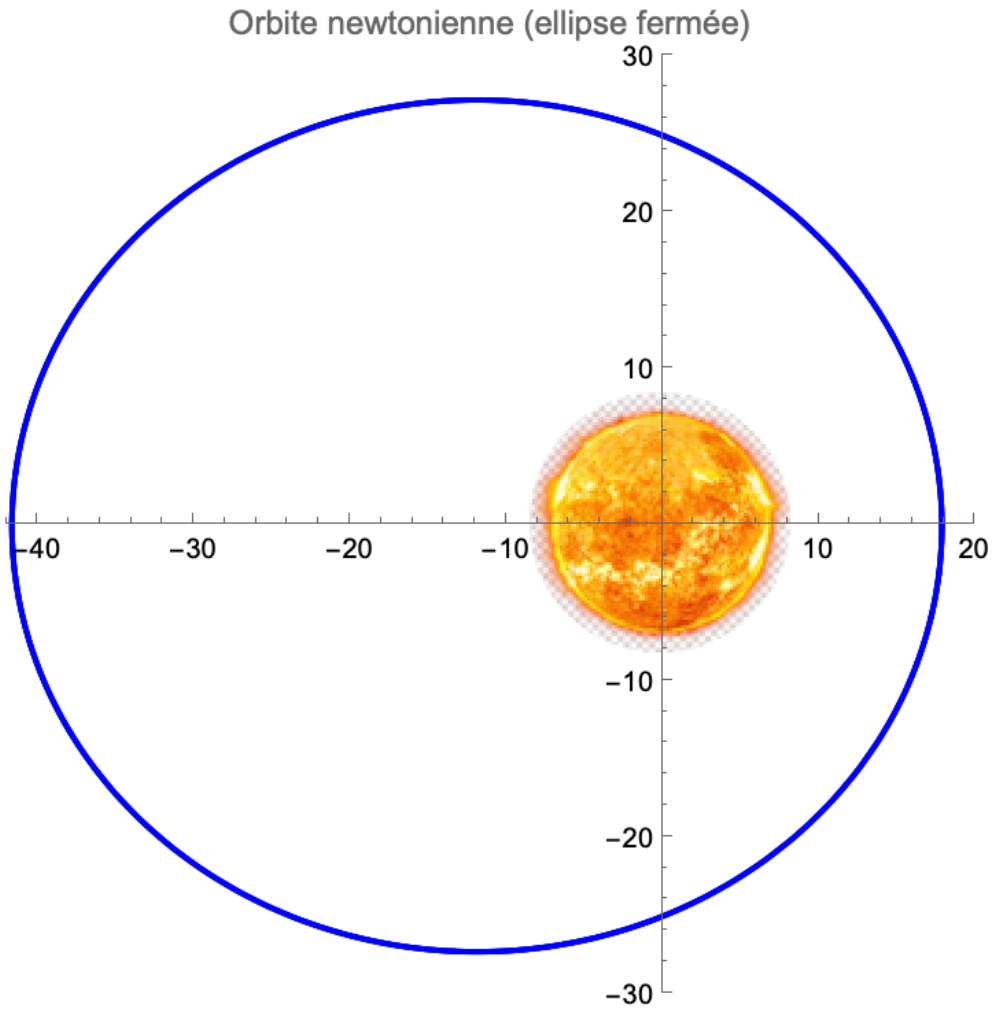


Dans son ouvrage révolutionnaire *Astronomia Nova* (1609), Kepler déclare

> *Puisque la divine Providence nous a donné Tycho Brahe, un observateur si précis que son travail révèle une erreur de 8 minutes d'arc dans les calculs de Ptolémée, il est juste que nous reconnaissions ce don de Dieu avec gratitude …Ces 8 minutes montrent le chemin vers une réforme complète de l'astronomie.*

Kepler doit se résigner à abandonner le cercle pour l'ellipse

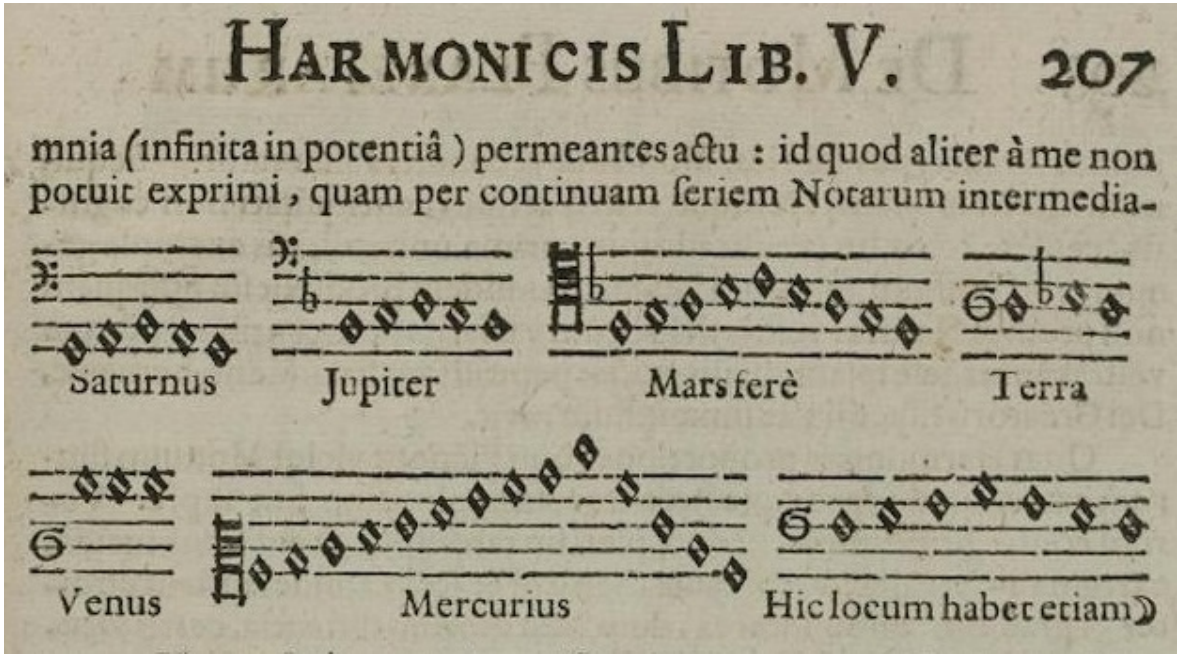




J'ai d'abord cru que j'avais un œuf à la main, mais les calculs m'ont forcé à accepter que ***l'orbite de la planète était une ellipse parfaite.***

La musique des planètes

Il cherche encore une harmonie dans les mouvements des planètes.



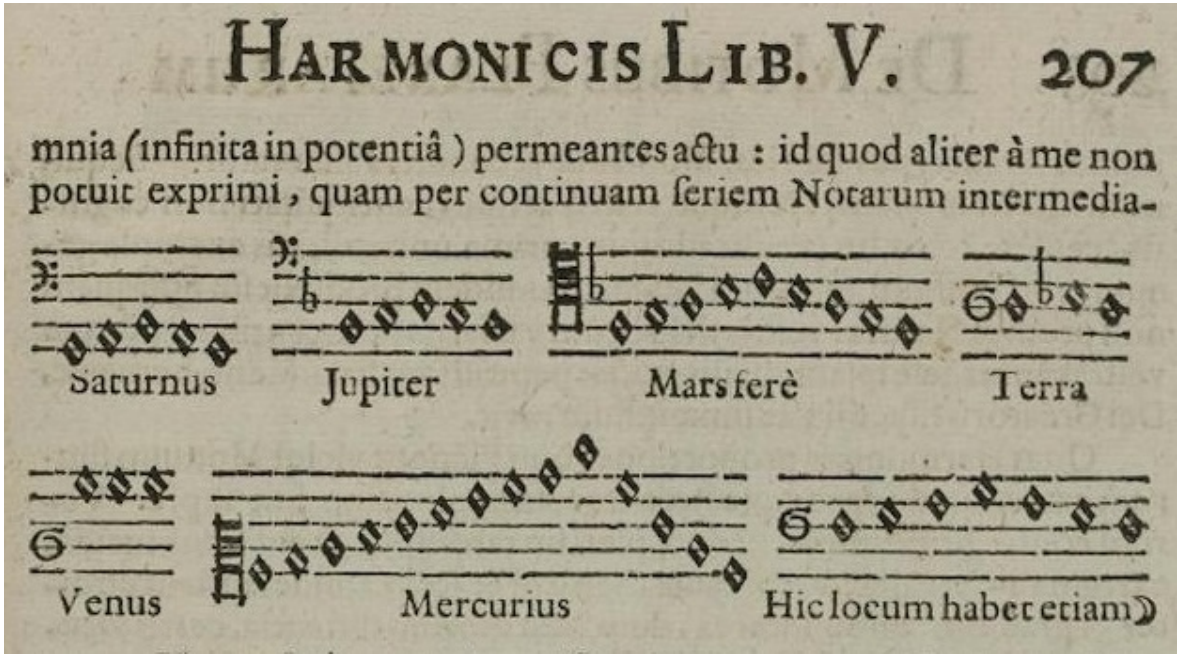
Harmonices Mundi (1619), Livre V, chap. 5.

Il trouve que les mouvements des planètes forment entre eux des rapports harmoniques : octaves, quintes, tierces et sixtes.

> *In proportionibus motuum planetariorum apparentium (ex Sole veluti spectantibus) expressa esse loca systematis, seu claves scalae musicae, et genera cantus, duri et mollis.*

La musique des planètes

Il cherche encore une harmonie dans les mouvements des planètes.

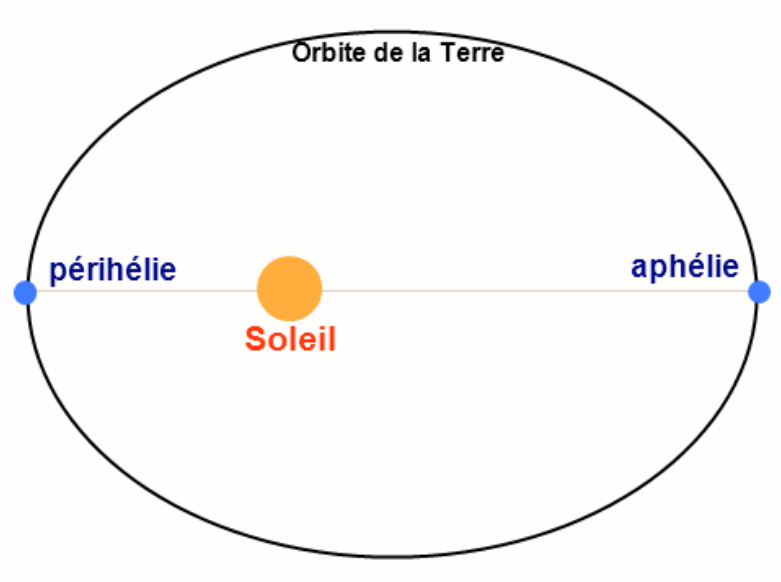


Harmonices Mundi (1619), Livre V, chap. 5.

Il trouve que les mouvements des planètes forment entre eux des rapports harmoniques : octaves, quintes, tierces et sixtes.

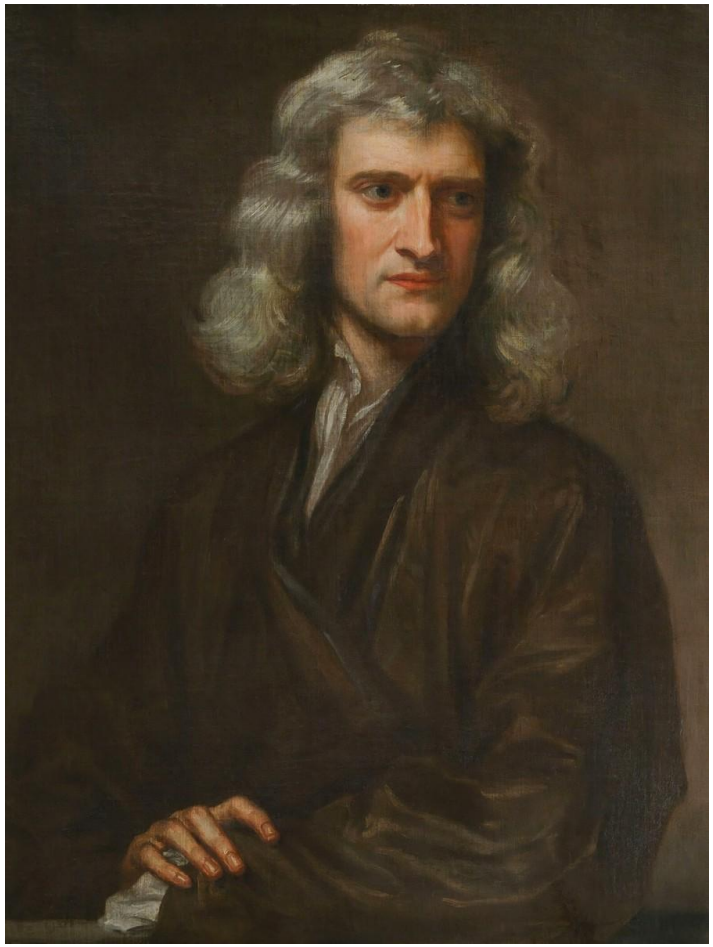
> *Dans les proportions des mouvements apparents des planètes (considérés comme depuis le Soleil) sont exprimés les degrés du système, c'est-à-dire les tons de la gamme musicale, ainsi que les genres de chant, le majeur et le mineur.*

$$\text{Rapport Harmonique des planètes} = \frac{\text{Vitesse angulaire au périhélie}}{\text{Vitesse angulaire à l'aphélie}}$$



Planète	Vitesse à l'aphélie	Vitesse au périhélie	Intervalle musical	Notes (Aphélie → Périhélie)
Saturne	106″	135″	Tierce majeure	Sol → Si
La Terre	3447″	3675″	Demi-ton	Mi → Fa

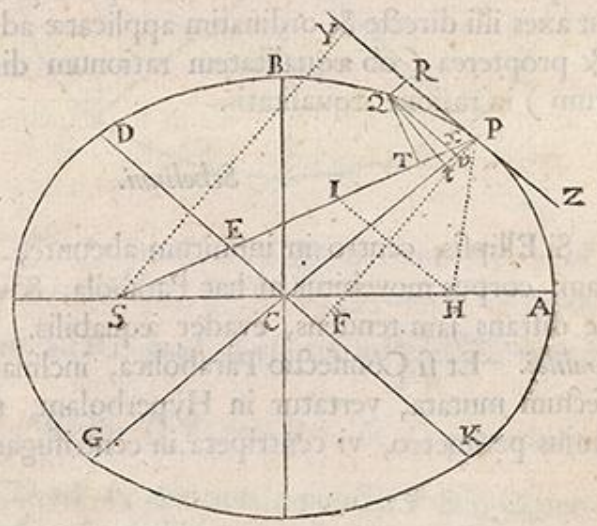
« Keplerus cognovit Planetas in Ellipsibus versari, quorum focus est in Sole. »



Prop. XI. Prob. VI.

Revolvatur corpus in Ellipſi: Requiritur lex vis centripetæ tendentis ad umbilicum Ellipſeos.

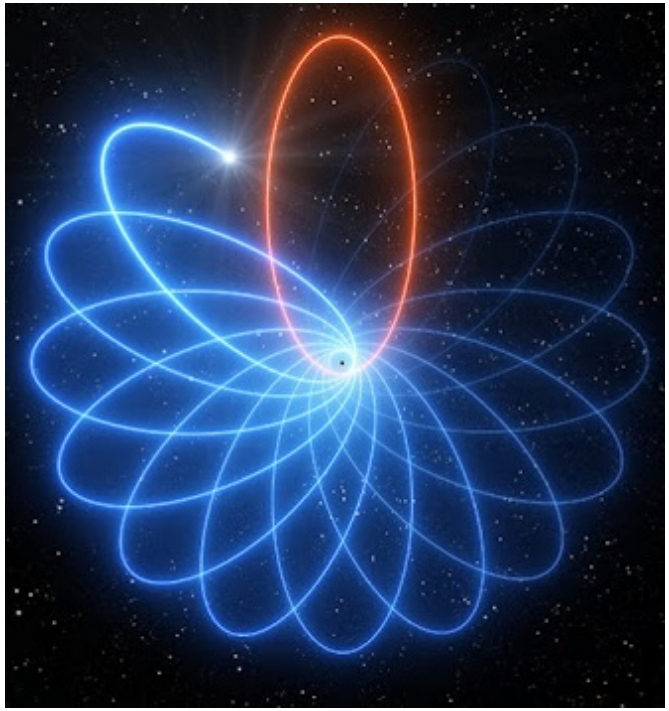
Eſto Ellipſeos ſuperioris umbilicus S. Agatur *SP* ſecans Ellipſeos tum diametrum *DK* in *E*, tum ordinatim applicatam *Qv* in *x*, & compleatur parallelogrammum *Qx*P*R*. Patet *EP* æqualem eſſe ſemiaxi majori *AC*, eo quod acta ab altero Ellipſeos umbilico H linea *HI* ipſi *EC* parallela, (ob æquales *CS*, *CH*) æquentur *ES*, *EI*, adeo ut *EP* ſemiſumma ſit ipſarum PS, P*I*, id eſt (ob parallelas *HI*, P*R* & angulos æquales *IP R*, *HPZ*) ipſorum PS, P*H*, quæ conjunctim axem totum 2*AC* adæquant. Ad SP demittatur perpendicularis *QT*, & Ellipſeos latere recto principali (ſeu



Les travaux de Johannes Kepler sur les lois du mouvement des planètes ont servi de base à Newton pour élaborer la loi de la gravitation universelle.
Les lois de Kepler en sont des conséquences mathématiques.

L'illusion de Vulcain : l'anomalie de Mercure

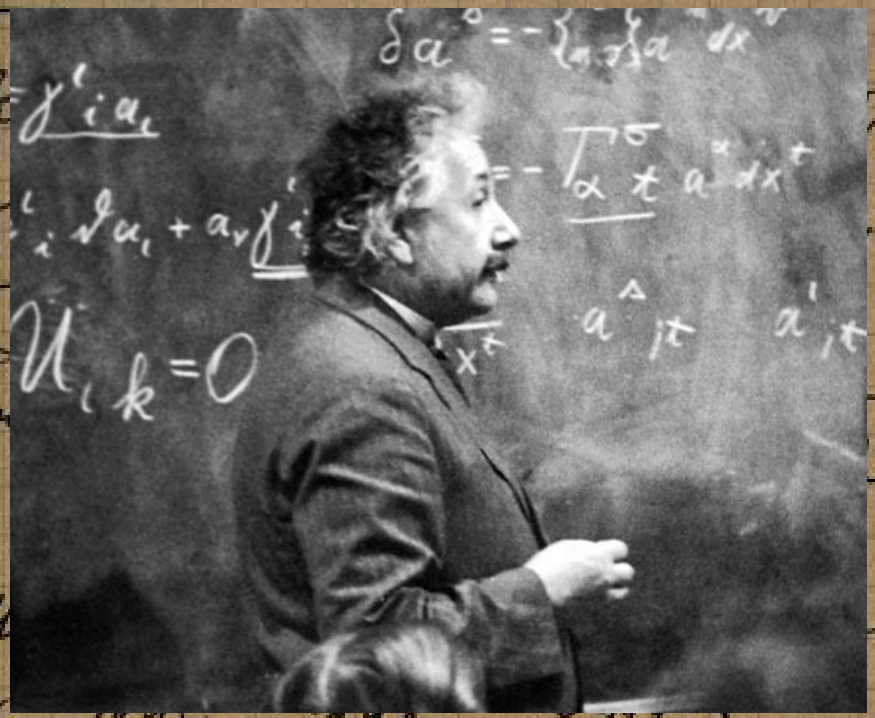




Urbain Le Verrier découvre que la trajectoire de Mercure ne suit pas les orbites elliptiques et les lois de la mécanique céleste formulées par Newton, mais présente une précession.

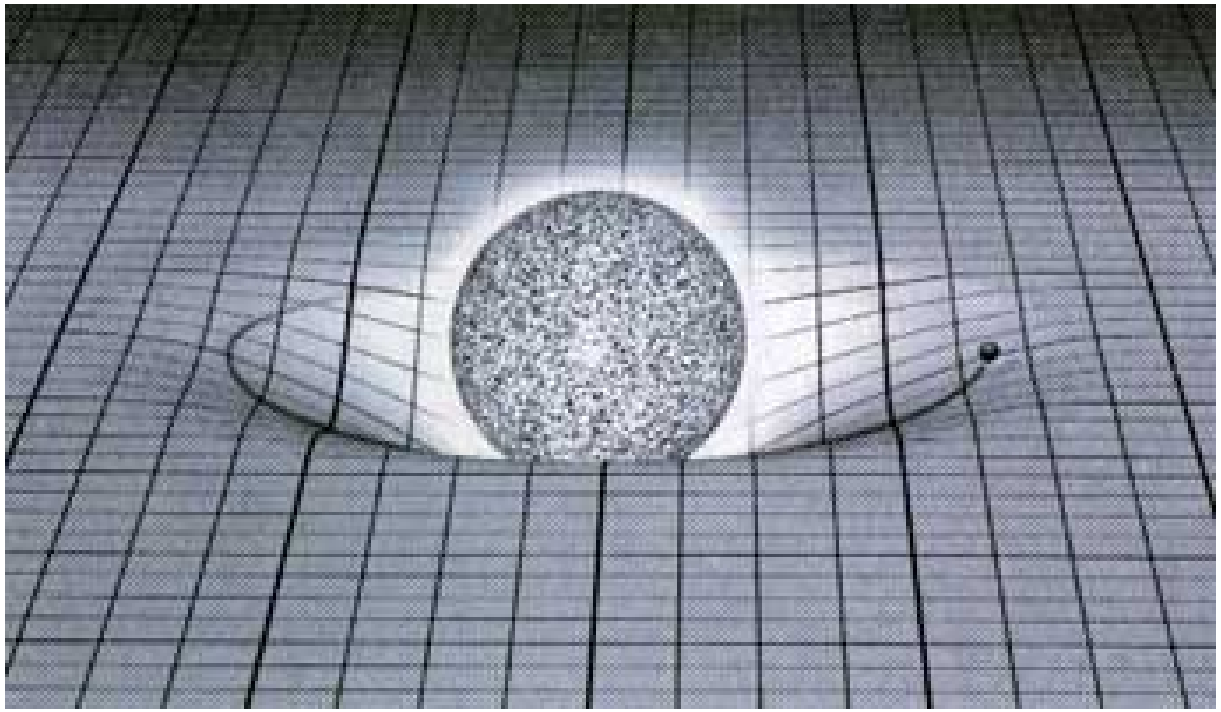
> *Nulle planète n'a demandé aux astronomes plus de soins et de peine que Mercure, et ne leur a donné en récompense tant de soucis, tant de contrariétés*
> *(Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences, 1843)*

La gravitation comme courbure de l'espace-temps



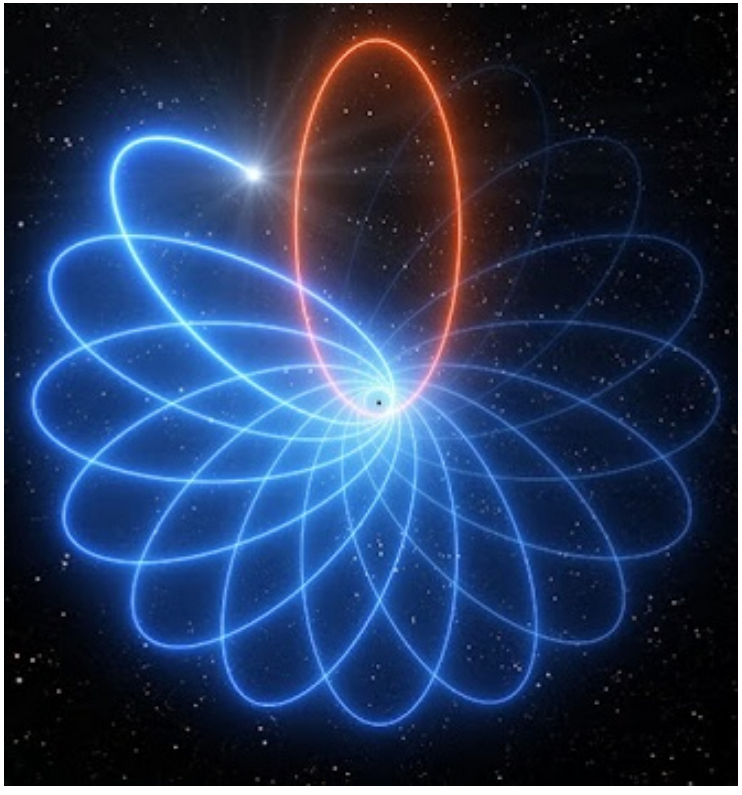
En novembre 1915, Albert Einstein présente sa théorie de la gravitation : la relativité générale.

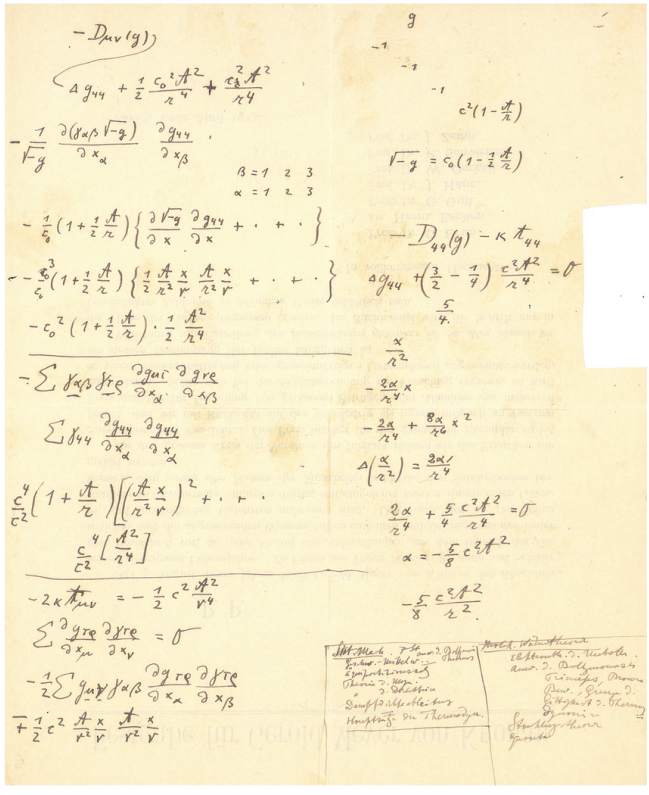
La gravitation comme courbure de l'espace-temps



L'espace tout entier est la scène du champ gravitationnel : un corps n'est pas attiré par un autre corps, mais se déplace librement dans un espace-temps courbé.

L'anomalie de Mercure : un triomphe de la relativité générale

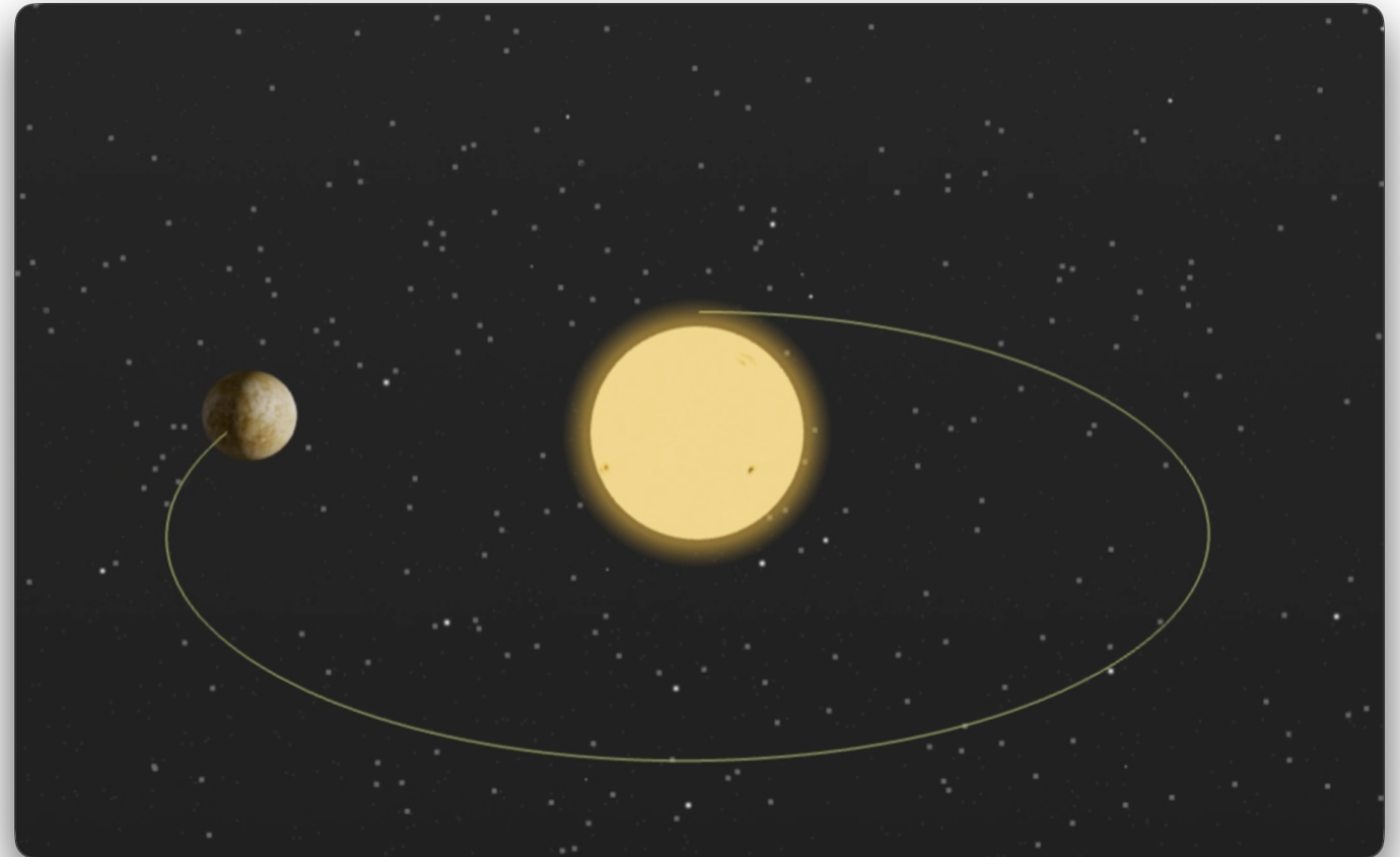




Fin 1915, Einstein explique la précession de l'orbite de Mercure par la déformation de l'espace-temps par le Soleil

La courbure de l'espace-temps dans ajoute une minuscule torsion à chaque tour, faisant « pivoter » l'ellipse au fil du temps.

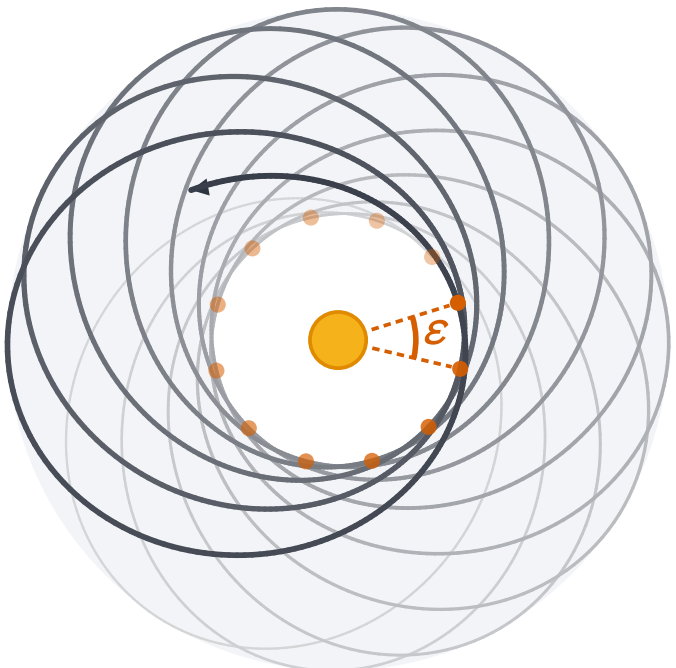
© https://www.hendrikse.name/science/relativity/perihelion_mercury.html



Quand la gravitation révèle une géométrie cachée

Ces orbites restent dans un plan, mais leurs équations se calculent avec des fonctions spéciales (dites elliptiques) associées un tore (une surfaces en forme de beignet)

Dans le ciel : une rosace

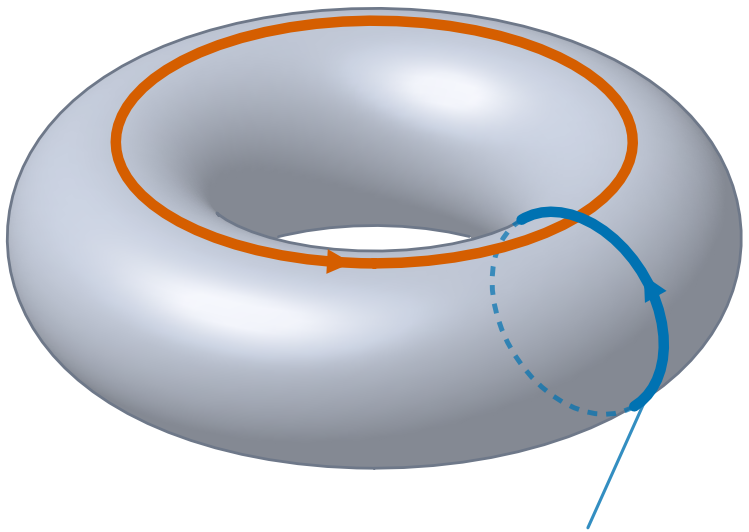


précession très exagérée

Dans les équations : un tore

1re période : retour au périhélie

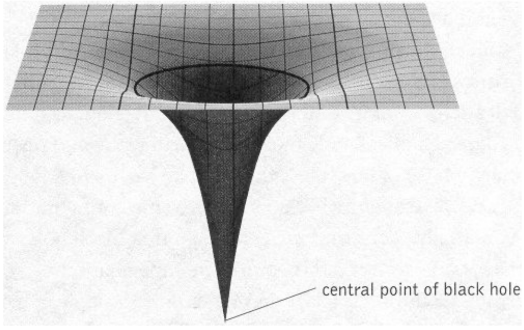
360° + ε

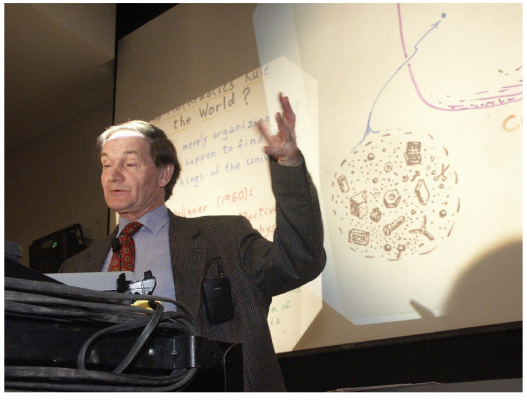


2e période : imaginaire

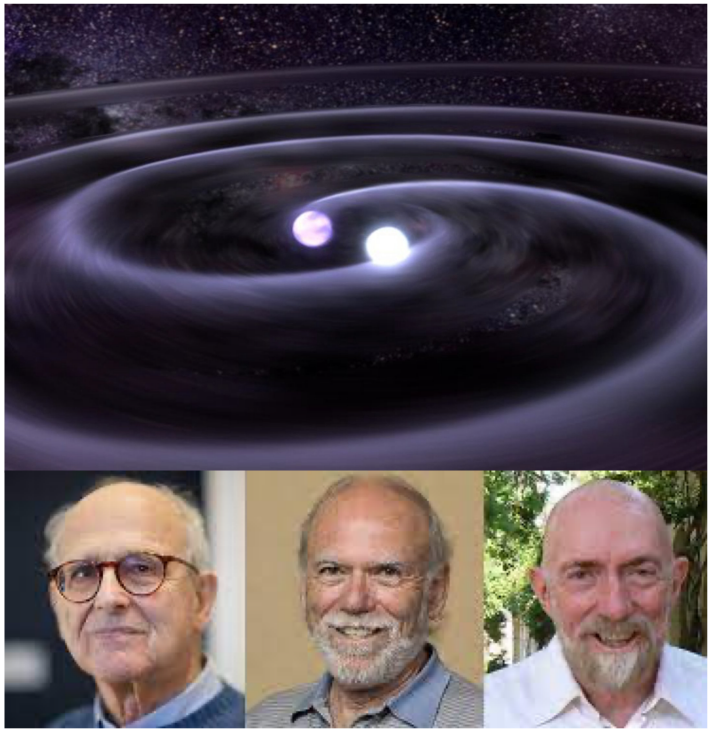
Trous noirs et ondes gravitationnelles

Deux conséquences fondamentales de la théorie de la gravité d'Einstein









Trous noirs

Roger Penrose (Nobel 2020) :

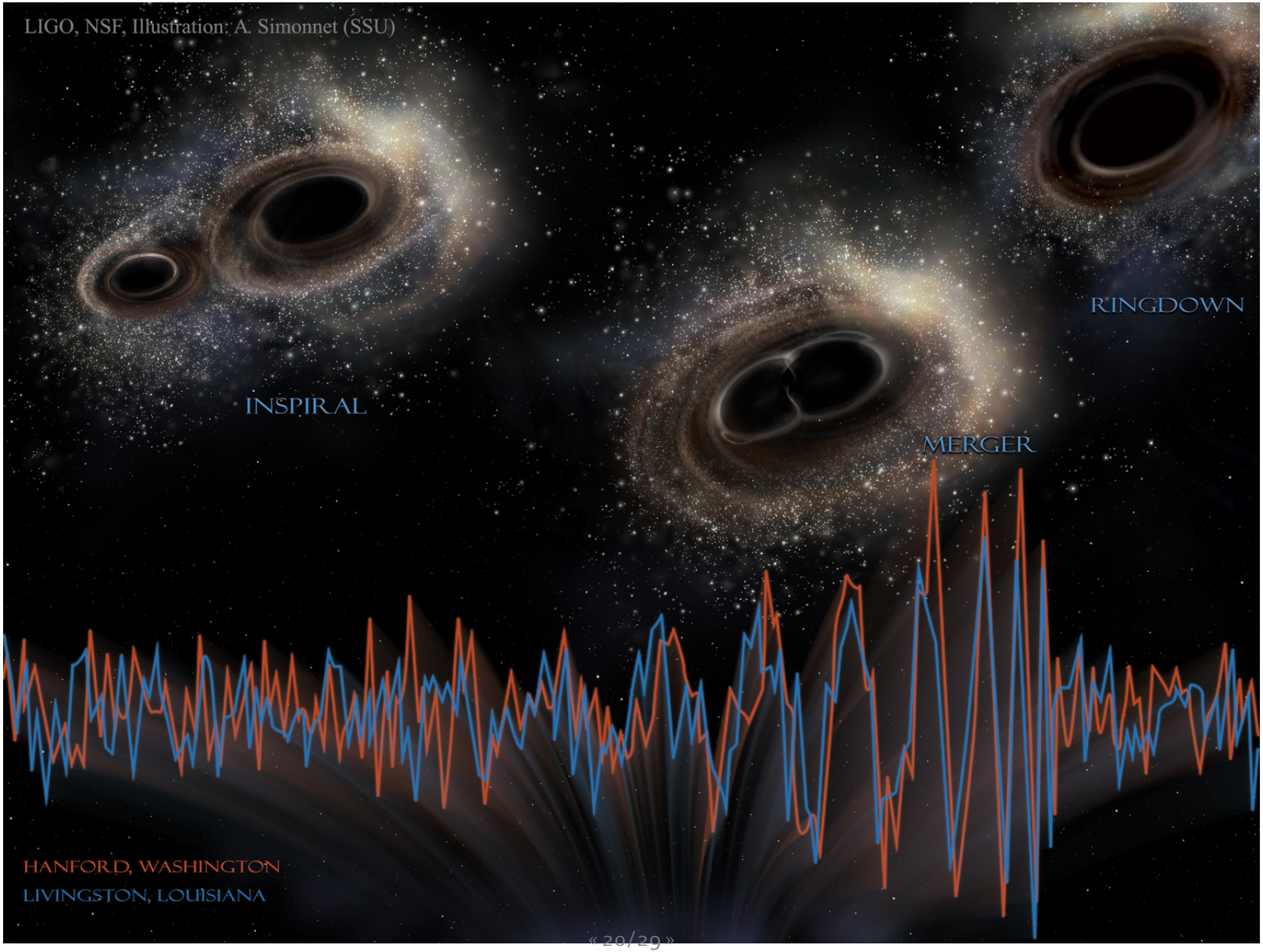
> *Pour la découverte que la formation des trous noirs est une prédiction robuste de la théorie de la relativité générale.*

Ondes gravitationnelles

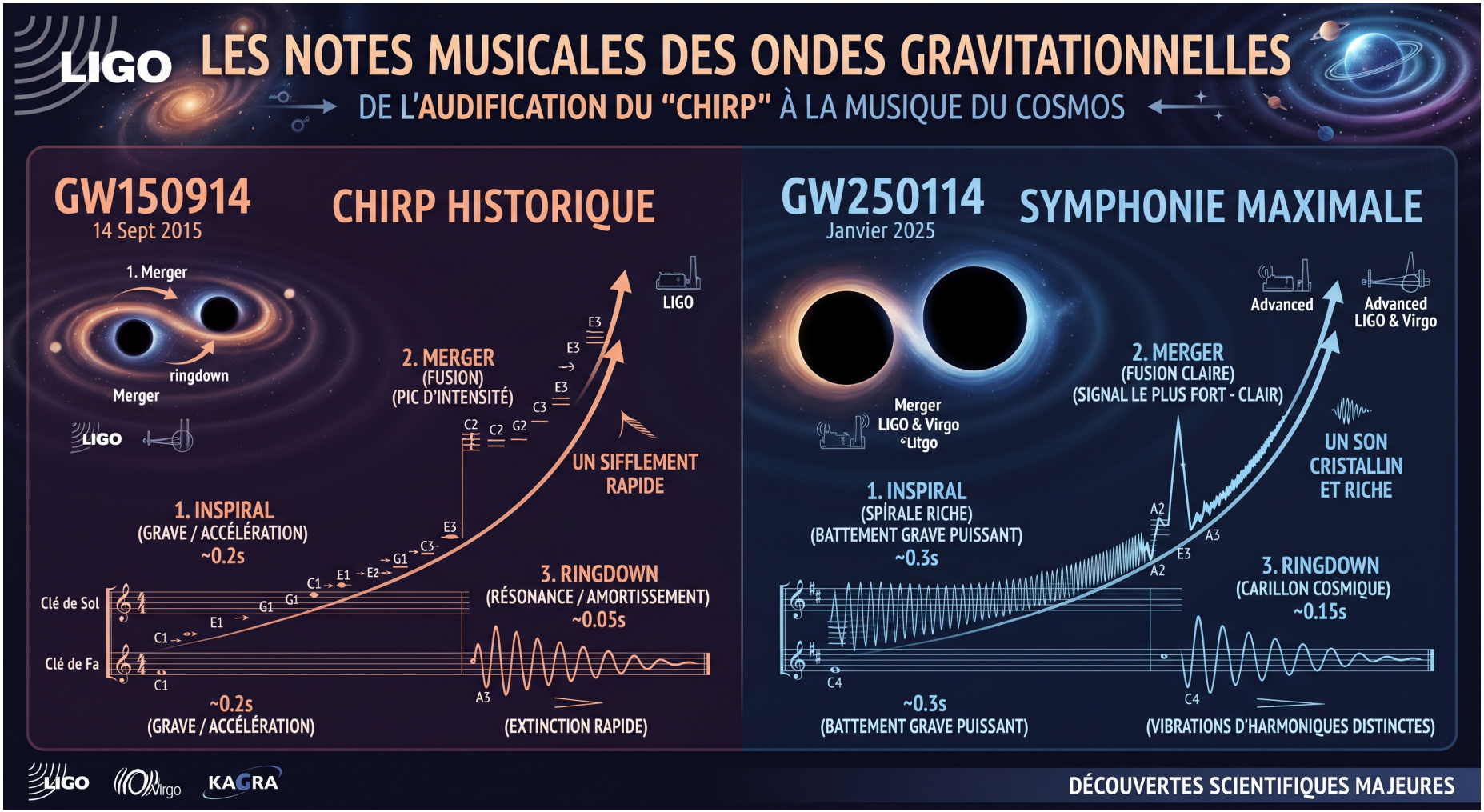
Rainer Weiss, Barry Barish, Kip Thorne (Nobel 2017) :

> *Pour des contributions décisives au détecteur d'ondes gravitationnelles LIGO.*

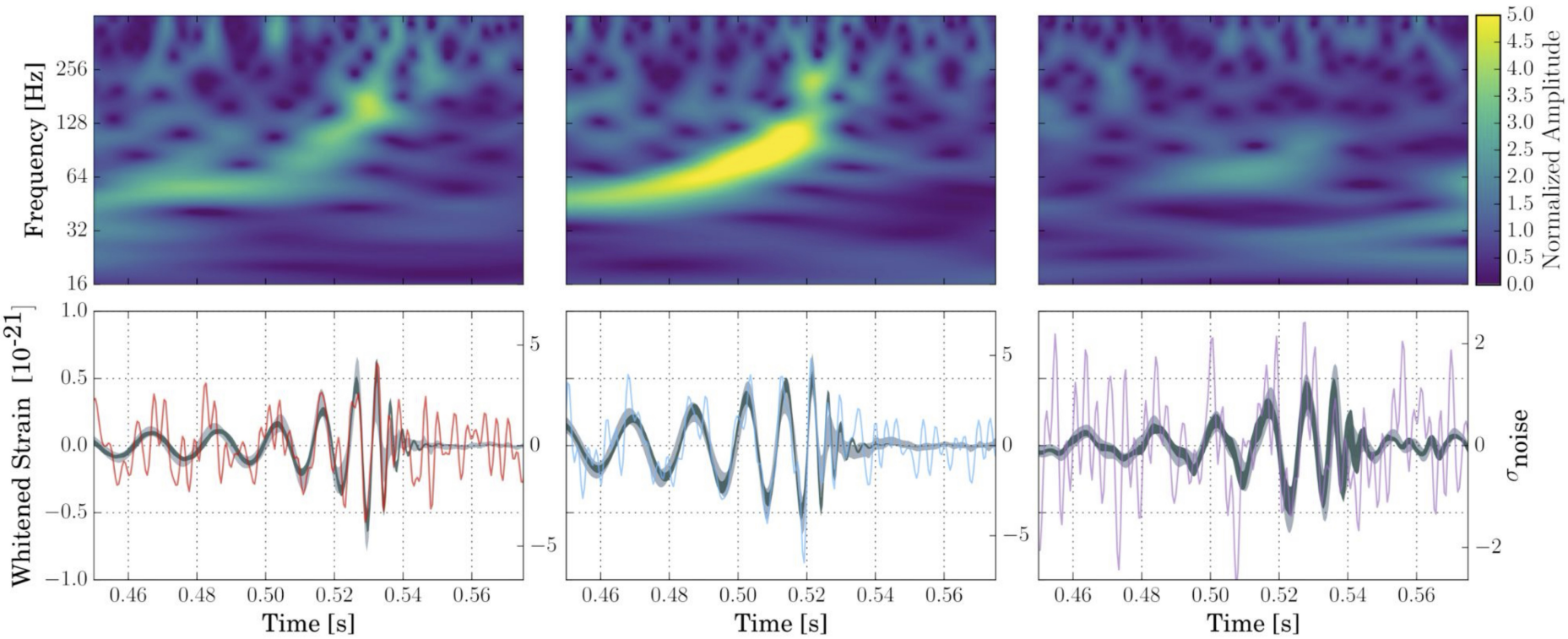
Depuis le 14 septembre 2015, les collaborations LIGO/Virgo/KAGRA ont détecté un total de 390 signaux d'ondes gravitationnelles confirmés, dont la majorité sont dus à la coalescence de deux trous noirs.



Pour Kepler « *Les voix et les sons n'existent pas dans le ciel, à cause de la tranquillité des mouvements* » aujourd'hui nous écoutons la danse des trous noirs



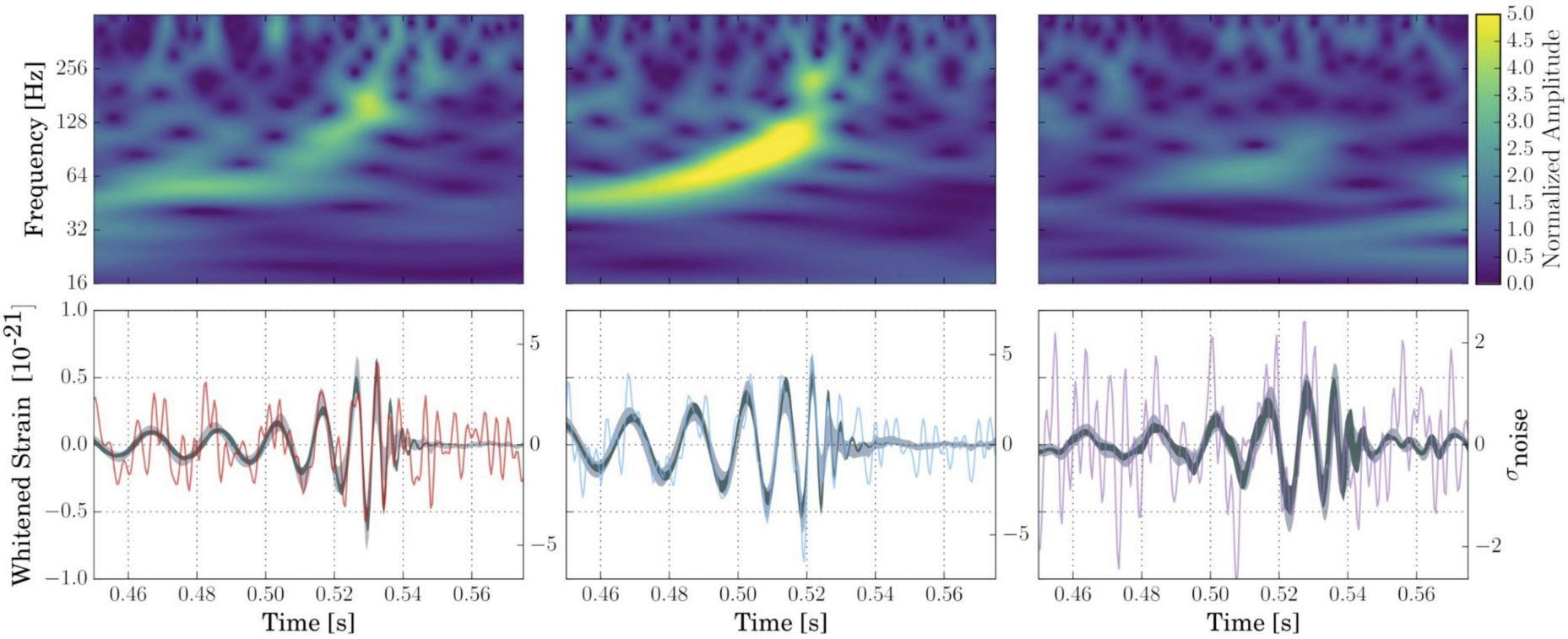
Détecter l'infinitésimal



Les ondes gravitationnelles produisent des déformations de l'espace-temps infinitésimales, de l'ordre de 10^{-21}, soit mille fois plus petit que le diamètre d'un proton.

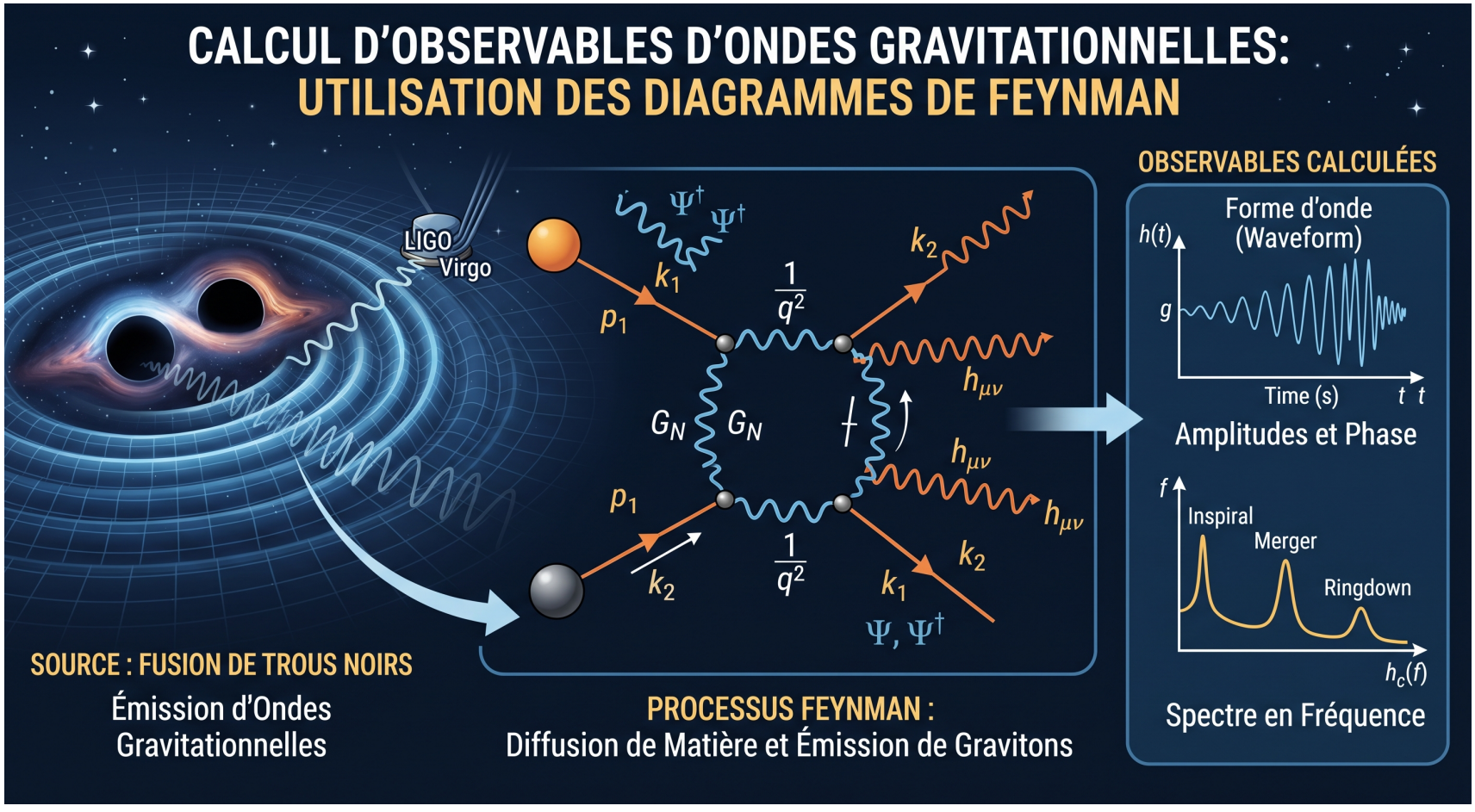
L'analyse de ces données représente un défi technique extraordinaire, car le signal est noyé dans le bruit sismique, thermique, quantique et technique des détecteurs.

Un espace de paramètres gigantesque



L'extraction du signal est obtenue par corrélation avec des modèles théoriques dépendents de nombreux paramètres : masses des objets, leurs spins, orientation, distance, position dans le ciel, etc.

L'analyse de quelques minutes de données demande à tester environ 250 000 templates différents, ce qui demande une puissance de calcul colossale.



Il y a 10 ans les physiciens des particules ont réalisé que les calculs d'orbites des trous noirs ressemblent mathématiquement à des calculs de diffusion de particules!

C'est révolutionnaire parce qu'avec les intégrales de Feynman, on obtient des formules analytiques valides dans de nombreuses configurations de vitesse et de masse fournissant des prédictions exactes de la gravitation d'Einstein.

Des planètes aux ondes gravitationnelles

Les méthodes d'amplitudes révèlent la géométrie cachées dans les calculs

Newton / Kepler

Orbite d'une planète

↓

une **ellipse**

Relativité générale

Petites corrections

↓

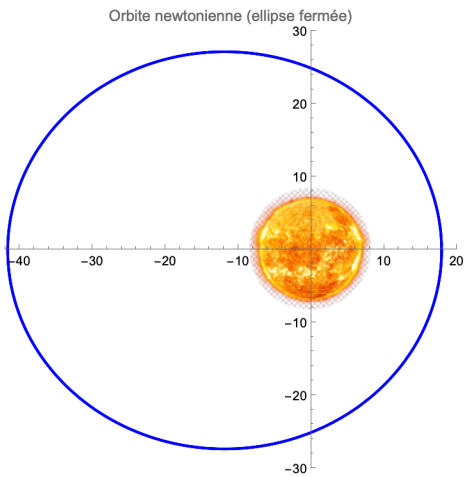
des **courbes elliptiques**

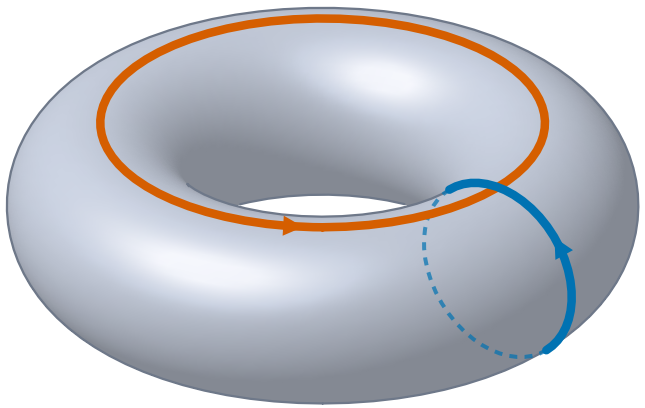
Ondes gravitationnelles

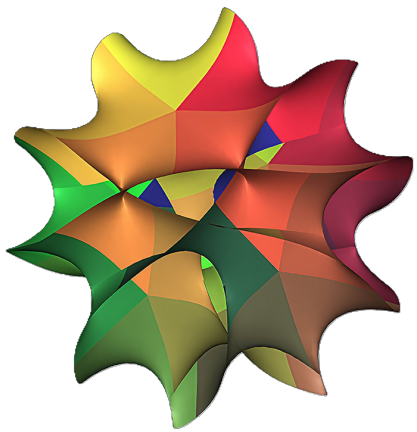
Calculs de haute précision

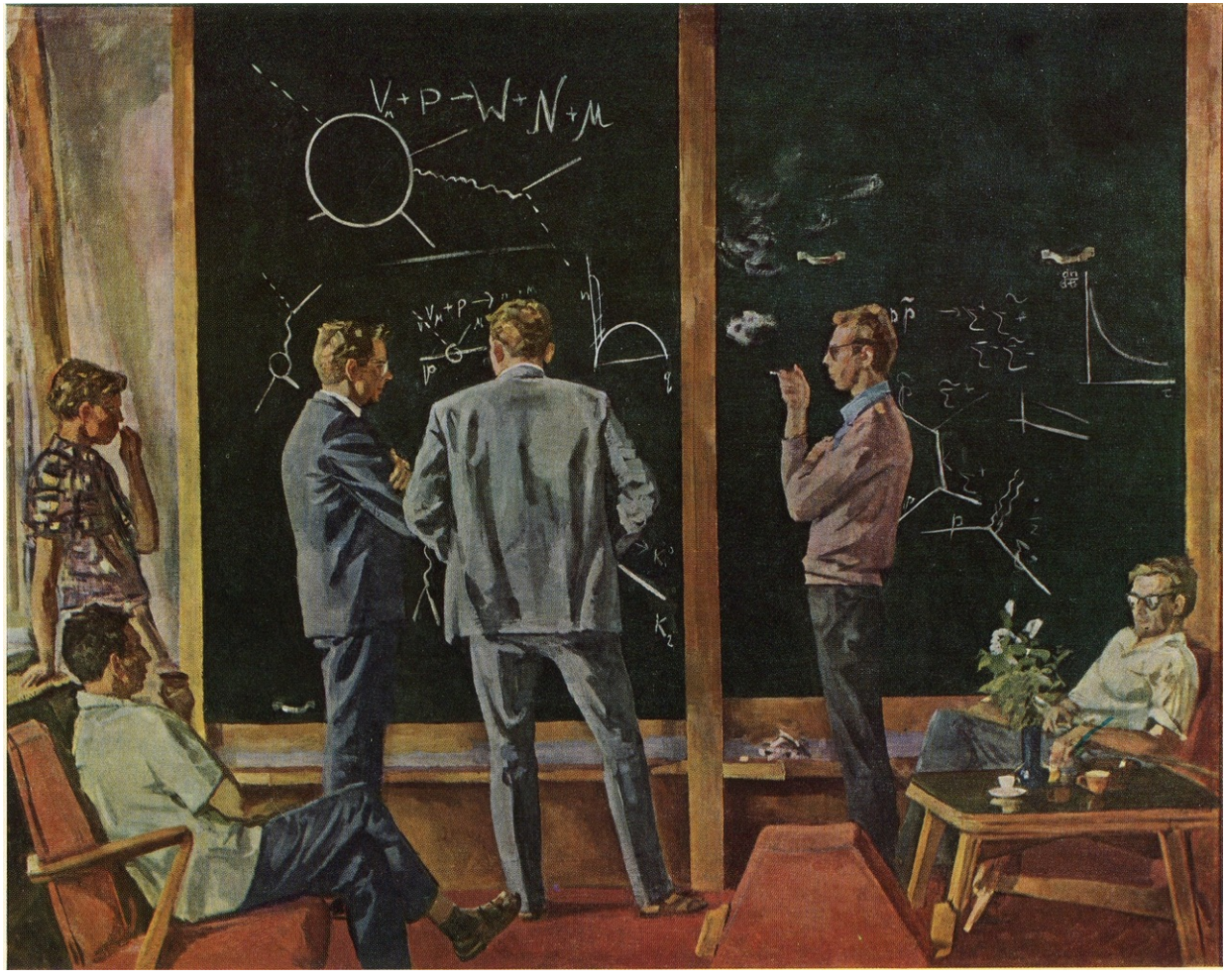
↓

variétés de Calabi-Yau





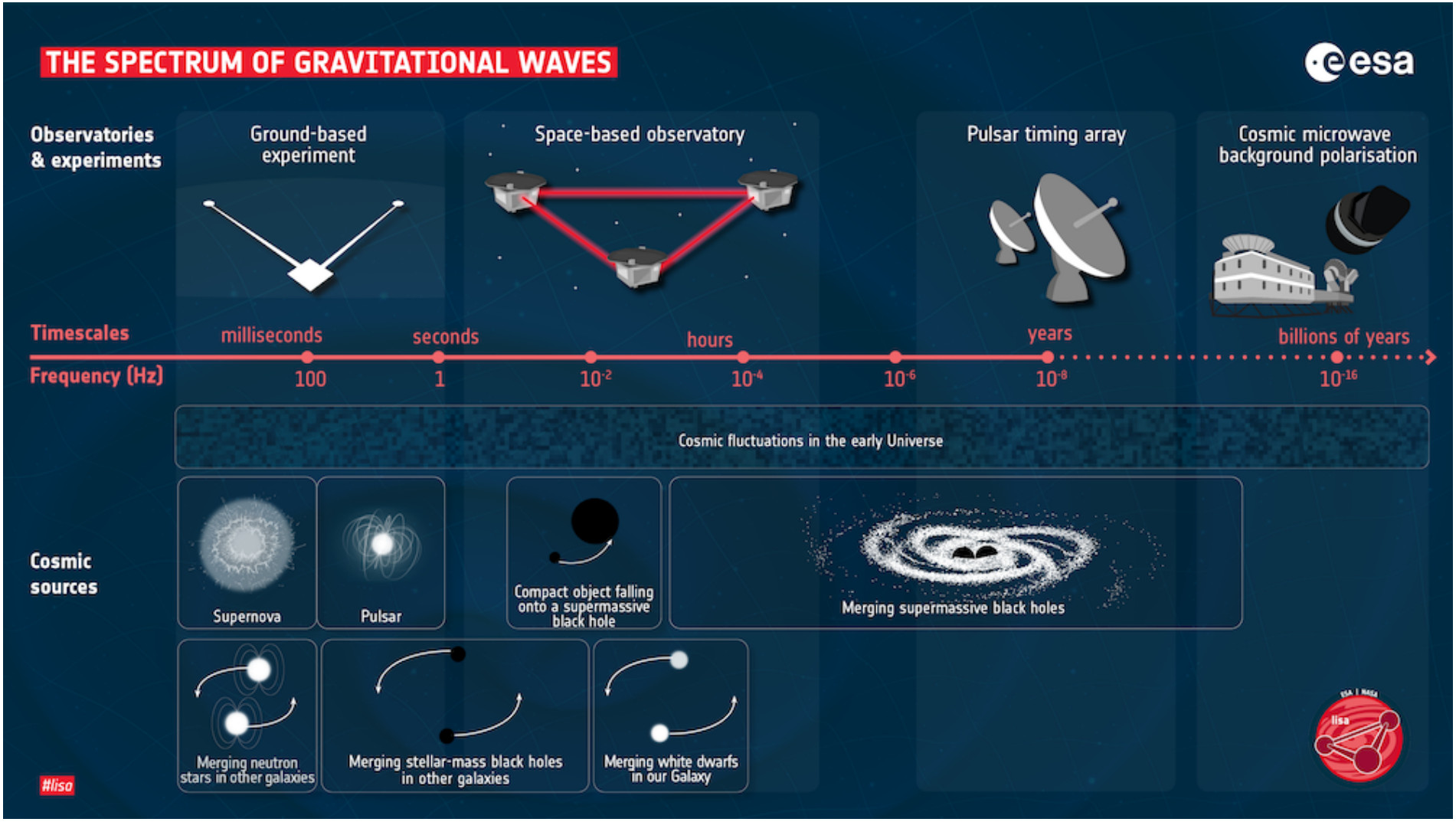




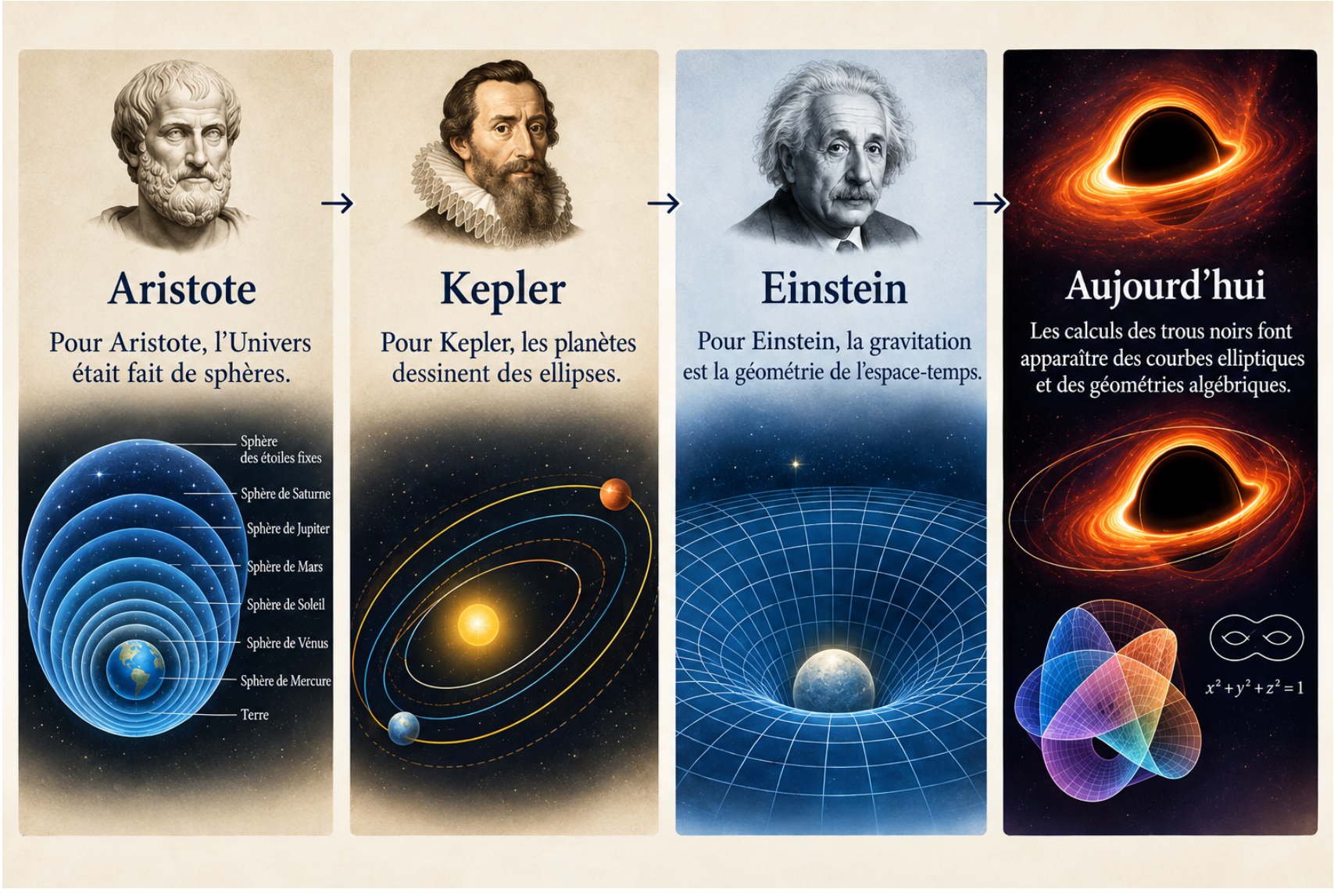
Les Théoriciens (1964-1965) - Mikhaïl Asatourovitch Kanaïan (1931–2015)

« Метод важнее открытия, ибо правильный метод исследования приведет к новым, еще более ценным открытиям. (Л. Д. Ландау) »

« La méthode est plus importante que la découverte, car une bonne méthode de recherche conduira à de nouvelles découvertes encore plus précieuses. (L. D. Landau) »



Grâce à ces méthodes, de nouveaux modèles permettront d'extraire encore plus d'informations des futures observations réalisées avec les détecteurs de nouvelle génération, comme l'Einstein Telescope ou LISA. **Cela nous aidera à mieux comprendre la nature de la gravité dans l'Univers.**



Comme le disait Galilée, la géométrie n'est pas seulement le langage qui nous permet de décrire l'Univers : **c'est aussi l'un des outils qui nous aide à en comprendre les lois.**

Pierre Vanhove
PHYSICIEN, GIF-SUR-YVETTE
Directeur de recherche au CEA, ce spécialiste de physique théorique mène ses recherches à l'Institut de physique théorique (CEA–CNRS).

Charles Doran
MATHÉMATICIEN, EDMONTON (CANADA)
Professeur à l'université de l'Alberta à Edmonton, il est membre associé du Centre des sciences mathématiques et de ses applications à l'université Harvard (États-Unis).

Des motifs pour la physique de précision

Mesurer le couplage du boson de Higgs ou extraire le signal ténu d'une onde gravitationnelle nécessite aujourd'hui des prédictions théoriques d'une exactitude inédite. Face à la complexité des intégrales impliquées dans ces calculs, les outils classiques montrent leur limite. Sous cette impulsion, une connexion a été élaborée entre les intégrales de Feynman et des notions a priori *très abstraites de géométrie algébrique. Une extension récente de la théorie des motifs proposée par le mathématicien Alexandre Grothendieck dans les années 1960 permet désormais d'obtenir des expressions pour des intégrales auparavant inaccessibles. Ces expressions améliorent de façon cruciale la comparaison entre prédictions théoriques et observations en physique fondamentale.*

Dans une salle de cocktail bruyante, il est possible de reconnaître une mélodie familière, même noyée dans le brouhaha. Les physiciens relèvent un défi similaire : repérer, dans l'océan de données expérimentales, la trace infime d'un signal théorique même couvert par des phénomènes parasites, parce qu'ils en connaissent parfaitement la forme. Mais plus les tests deviennent fins, plus il faut savoir déceler des signaux discrets. C'est pourquoi la physique théorique s'efforce toujours d'obtenir une précision accrue. Afin d'y parvenir, il faut des calculs d'une précision extrême, qui ne reposent plus seulement sur la puissance des supercalculateurs mais aussi sur des outils venus de la théorie des nombres et de la géométrie algébrique. Ce travail permet de confronter les modèles aux observations et d'en explorer les limites. Deux découvertes récentes

▲ *Variété de Calabi-Yau, objet géométrique issu de systèmes d'équations polynomiales. Ces formes apparaissent naturellement dans l'étude des intégrales de Feynman : leurs « trous » et leurs symétries aident à comprendre la structure des phénomènes quantiques et gravitationnels.*